



Universidad Juárez Autónoma de Tabasco

División Académica de Ciencias Económico Administrativas



Analisis de Markov y Teorias de Colas.

Nombre:

Yuliana Vázquez García.

Asignatura:

Investigación de operaciones

Docente:

Cesar Andrés González Hernández

Fecha:

13 Octubre 2024

Contenido

Introducción.....	3
Conceptos básicos.....	4
Matriz de transición y sus aplicaciones a la administración.....	4
Condicion de equilibrio.....	5
Estados absorbentes	5
Modelos de línea de espera	5
Distribucion de llegadas de Poisson y Distribucion de servicio exponencial con un servidor, servicio (PEPS), población y cola infinita.	6
Distribucion de llegadas de Poisson y Distribucion de servicio exponencial con varios servidores, servicio (PEPS), población y cola infinita.	6
Mapa mental.	10
Conclusión.	11
Referencias.	12

Introducción.

En el ámbito de la investigación operativa y la teoría de probabilidades, el análisis de Markov y las teorías de colas representan herramientas fundamentales para modelar y optimizar sistemas que experimentan incertidumbre y variabilidad en el tiempo. El análisis de Markov se centra en estudiar procesos estocásticos que evolucionan en estados discretos, donde el futuro depende únicamente del estado actual, y no de la historia pasada. Este enfoque permite modelar sistemas complejos de manera simplificada, facilitando el análisis de su comportamiento a largo plazo.

Por otro lado, la teoría de colas aborda el estudio de sistemas donde existen clientes que requieren un servicio y deben esperar para ser atendidos. Esta teoría se aplica en diversas áreas como la gestión de servicios, telecomunicaciones, producción, y logística, entre otros. El estudio de las colas permite entender cómo los tiempos de espera y las tasas de servicio afectan la eficiencia y el rendimiento de estos sistemas.

Este informe explora los conceptos fundamentales de ambos campos y su aplicación en problemas reales, proporcionando una comprensión profunda de cómo estos modelos pueden utilizarse para mejorar la toma de decisiones en sistemas con demanda variable y recursos limitados. A través de este análisis, se presentarán ejemplos y casos de aplicación que ilustran la importancia de estos métodos en la optimización de procesos y la mejora en la gestión de recursos.

Analisis de Markov y Teorias de Colas.

Conceptos básicos.

Según Martínez (2021) un **modelo estocástico** corresponde a un análisis de un conjunto de variables aleatorias que dependen de algún parámetro y están ligadas en el tiempo t . De manera que para cada valor de t existe una probabilidad. En términos sencillos, un modelo estocástico nos permite evaluar las posibilidades de ocurrencia de eventos que no se pueden prever con exactitud.

“Una cola, es una línea de espera que se forma cuando la demanda de un servicio excede su disponibilidad. **Un sistema de colas**, se compone de clientes que llegan por un servicio, son servidos y luego abandonan el sistema. Al referirse a clientes, este no debe ser precisamente humano sino a cualquier entidad que requiera de un servicio...” (Martínez, 2021)

“**Modelo de Markov** es un método estocástico para sistemas que cambian aleatoriamente donde se supone que los estados futuros no dependen de estados pasados. Estos modelos muestran todos los estados posibles, así como las transiciones, la tasa de transiciones y las probabilidades entre ellos. Los modelos de Markov se usan para modelar las probabilidades de diferentes estados y las tasas de transición entre ellos, así como para modelar sistemas...” (Martínez, 2021)

Matriz de transición y sus aplicaciones a la administración.

Según Toledo y León (2022) la matriz de transición es una cadena que muestra cuál es el proceso de una variable (para este caso, la clasificación de cliente) desde el inicio hasta el final de un periodo establecido; la matriz está formada por filas y columnas en las que se aprecia el cambio de las clasificaciones de créditos, mostrando las que se mantienen, las que se deterioran o mejoran de un periodo (t) a un periodo ($t + 1$).

En esta investigación realizada por los autores Toledo y León (2022) destacan la relevancia del uso de la matriz de transición como un método que permite estudiar la movilidad y los cambios de los factores para estimar probabilidades. Como resultado de la aplicación de una matriz de transición se pueden calcular las probabilidades de que una cartera cambie de estado, tomando en consideración la clasificación crediticia del deudor.

Condicion de equilibrio

Según García (2023) el **punto de equilibrio** es establecido a través de un cálculo que sirve para definir el momento en que los ingresos de una empresa cubren sus gastos fijos y variables, esto es, cuando logras vender lo mismo que gastas, no ganas ni pierdes, has alcanzado el punto de equilibrio.

Estados absorbentes

Mancera (s. f.) Se dice que un estado es absorbente si es cero la probabilidad de hacer una transición fuera de ese estado. Por tanto, una vez que el sistema hace una transición hacia un estado absorbente, permanece en el siempre.

Estos estados representan puntos en un sistema donde una vez que se alcanzan, el sistema permanece en ellos de forma permanente o indefinida. El estudio de los estados absorbentes proporciona información valiosa sobre el comportamiento y las propiedades de un sistema, permitiendo a los investigadores tomar decisiones fundamentadas y optimizar su desempeño.

Modelos de línea de espera

Una línea de espera es el efecto resultante en un sistema cuando la demanda de un servicio supera la capacidad de proporcionar dicho servicio. Este sistema está formado por un conjunto de entidades en paralelo que proporcionan un servicio a las transacciones que aleatoriamente entran al sistema. Dependiendo del sistema que se trate, las entidades pueden ser cajeras, máquinas, semáforos, grúas, etcétera, mientras que las transacciones pueden ser: clientes, piezas, autos, barcos, etcétera. Tanto el tiempo de servicio como las entradas al sistema son fenómenos que generalmente tienen asociadas fuentes de variación que se encuentran fuera del control del tomador de decisiones, de tal forma que se hace necesaria la utilización de modelos estocásticos que permitan el estudio de este tipo de sistemas.

Línea de espera de un solo canal

Cada cliente debe pasar por un canal, una estación para tomar y surtir el pedido, para colocar el pedido, pagar la cuenta y recibir el producto. Cuando llegan más clientes

forman una línea de espera y aguardan que se desocupe la estación para tomar y surtir el pedido.

Distribucion de llegadas de Poisson y Distribucion de servicio exponencial con un servidor, servicio (PEPS), población y cola infinita.

La distribucion de Poisson es una distribucion de probabilidad discreta que expresa, a partir de una frecuencia de ocurrencia media, la probabilidad de que ocurra un determinado numero de eventos durante cierto periodo de tiempo. Concretamente, se especializa en la probabilidad de ocurrencia de sucesos con probabilidades muy pequeñas, o sucesos raros. En teoria de colas, sera importante esta distribucion ya que se supondra en muchas ocasiones

Un servidor no tiene que ser un solo individuo; puede ser un grupo de personas, por ejemplo, una cuadrilla de reparaci'ón que combina fuerzas para realizar, de manera simult'anea, el servicio que solicita el cliente. A'un m'as, los servidores ni siquiera tienen que ser personas. En muchos casos puede ser una m'quina, un veh'iculo, un dispositivo electr'ónico, etc. En esta misma l'ínea de ideas, los clientes que conforman la cola no tienen que ser personas.

Distribucion de llegadas de Poisson y Distribucion de servicio exponencial con varios servidores, servicio (PEPS), población y cola infinita.

La distribucion de Poisson es una distribucion de probabilidad discreta que expresa, a partir de una frecuencia de ocurrencia media, la probabilidad de que ocurra un determinado numero de eventos durante cierto periodo de tiempo. Concretamente, se especializa en la probabilidad de ocurrencia de sucesos con probabilidades muy pequeñas, o sucesos raros. En teoria de colas, sera importante esta distribucion ya que se supondra en muchas ocasiones

La distribucion exponencial es utilizada para determinar la probabilidad de que en cierto tiempo suceda un determinado evento. Sera importante para nuestro estudio, ya que supondremos en muchos casos que el tiempo que ocurre entre la llegada de un cliente y el siguiente, sigue una distribucion Exponencial.

la disposición con un solo canal y múltiples fases se usa cuando es más conveniente que los servicios se impartan en secuencia por varias instalaciones, pero el volumen de clientela y otras restricciones imitan el diseño a un solo canal. Los clientes forman una sola fila y avanzan en forma secuencial, pasando de una instalación de servicio a la siguiente.

La disposición de múltiples canales y múltiples fases se presenta cuando los clientes pueden ser atendidos por una de las instalaciones de la primera fase pero después requieren los servicios de una instalación de la segunda fase Y así sucesivamente en algunos casos los clientes no pueden cambiar de canales después de Iniciando el servicio en otros sí pueden hacerlo punto un ejemplo de esta disposición son los negocios de servicios de lavado como lavaraff. Las máquinas lavadoras son las instalaciones de la primera fase y la secadora son las instalaciones de la segunda fase.

El PEPS es un método de inventario que se basa en las primeras entradas y salidas. Es decir, que las mercancías que fueron adquiridas al principio son las que serán vendidas en primer lugar. Este sistema sigue un orden cronológico que permite registrar los productos comprados, vendidos y en existencia. Es fundamental para el control de inventarios.

El mecanismo de servicio consiste en una o m'as estaciones de servicio, cada una de ellas con uno o mas servidores o canales de servicio paralelos, llamados servidores. Los modelos de colas deben especificar el numero de servidores. Si el tiempo que tardan los usuarios en salir del sistema es mayor que el intervalo entre llegadas, la cola aumentaria indefinidamente y el sistema puede llegar a colapsarse. Por tanto, es necesario diseñar el sistema de forma que el tiempo de servicio sea igual o menor que el intervalo entre llegadas. En esta situaci'on es importante saber cuanto tiempo va a estar un servidor inactivo, tiempo que ha de ser m'ınimo para optimizar el rendimiento del sistema. No obstante, en la mayor'ia de los sistemas la duraci'on del servicio es tambi'en una magnitud aleatoria.

Es preferible utilizar sistemas multiservicios con unaúnica línea de espera para todo que con una cola por servidor. Al hablar de canales de servicio paralelo se trata generalmente de una cola que alimenta a varios servidores.

Se caracteriza por las estaciones de servicio (servidores o dependientes) y por los canales de servicio que desembocan en cada uno de los servidores.

Una única cola puede desembocar en varios servidores que van siendo ocupados de acuerdo a una disciplina de selección, el caso habitual de asignación al primer servidor que queda libre.

Puede haber multiplicidad en el número de servidores, es posible encontrar múltiples colas que surtan clientes a un único o a múltiples servidores.

En una determinada estación de servicio, el cliente entra en uno de estos canales y el servidor le presta el servicio completo. Los modelos de colas deben especificar el número de estaciones de servicio (canales de servicio en serie) y el número de servidores (canales paralelos) en cada una de ellas.

Los modelos elementales se componen de una estación, ya sea con un servidor o con un número finito de ellos.

La variable más importante que caracteriza el mecanismo de servicio es el tiempo de servicio es el tiempo de servicio. Se denomina tiempo de servicio el que transcurre desde el inicio del servicio para el cliente hasta su terminación en una estación.

El modelo de un sistema de colas debe especificar la distribución de probabilidad de los tiempos de servicio de cada servidor, siendo habitual suponer la misma distribución para todos los servidores.

La distribución de servicio que más se emplea en la práctica (por ajustarse a un gran número de situaciones como por su simplicidad en el cálculo) es la distribución exponencial. Otras distribuciones que se utilizan son la distribución degenerada (para tiempos de servicio constantes) y la distribución de Erlang (Gamma) para combinaciones de distribuciones exponenciales.

La suposición de una **cola infinita** es más fácil de manejar analíticamente que la de una cola finita. También pueden considerarse otras suposiciones acerca del comportamiento de los clientes cuando llegan al sistema, como por ejemplo que un cliente rehuse acceder al

servicio porque la cola es demasiado larga. Infinita: la probabilidad de que entre un nuevo cliente NO está influida por el tamaño de la población.

Sistema abierto

Sistema abierto, canal múltiple:

- Población: infinita (sistema abierto).
- Proceso de llegada (probabilístico).
- Proceso de colas:
 - Una sólo línea.
 - PEPS.
- Proceso de servicio:
 - Varios canales.
- Proceso de salida: una sola línea.

Mapa mental.



Conclusión.

El análisis de Markov y las teorías de colas son herramientas esenciales en la modelización y optimización de sistemas donde la incertidumbre y la espera desempeñan un papel importante. A través del análisis de Markov, se pueden simplificar y predecir procesos estocásticos complejos, permitiendo a los tomadores de decisiones anticipar el comportamiento de un sistema en el tiempo y optimizar estrategias en función de probabilidades futuras.

Por su parte, la teoría de colas ofrece una perspectiva clara sobre cómo gestionar la demanda en sistemas de servicio, ayudando a reducir tiempos de espera, mejorar la eficiencia y aumentar la satisfacción del cliente. Al aplicar estas teorías en conjunto, es posible comprender y optimizar el funcionamiento de sistemas donde los recursos son limitados y la demanda puede ser variable, tales como centros de llamadas, redes de telecomunicaciones, y sistemas de producción, entre otros.

En resumen, tanto el análisis de Markov como las teorías de colas proporcionan un marco robusto y flexible para abordar problemas prácticos en una variedad de industrias. Su aplicación permite una gestión más informada y eficiente de los recursos, facilitando la mejora continua en sistemas que buscan un equilibrio entre la demanda y la capacidad de respuesta.

Referencias.

García, J. A. C. (2023, 26 septiembre). *Punto de equilibrio: qué es y cómo calcularlo*. Salesforce. <https://www.salesforce.com/mx/blog/punto-de-equilibrio/>

Mancera, L. M. (s. f.). *ESTADOS ABSORBENTES*. <https://invoperaciones2-ingindustrial.blogspot.com/2011/05/estados-absorbentes.html>

Martínez, J. (2021, 12 diciembre). Modelos estocásticos: teoría de colas y modelos de Markov. *Medium*. <https://medium.com/modelos-estoc%C3%A1sticos-teor%C3%ADa-de-colas-y-modelos-de-markov-18c0100ad077>

Toledo, E., & León, V. (2022, 22 junio). *Matriz de transición: una herramienta para determinar la probabilidad de default en las instituciones microfinancieras*. Apuntes Contables. <https://revistas.uexternado.edu.co/index.php/contad/article/view/7544/11956>